

Glacego logarytmy są potrzebne?

Odpowiedź uczniowi.

Cykl „Glacego” przybliży w telegraficznym skrócie dzieje odkryć fizycznych, matematycznych i niekiedy chemicznych. Chcę pokazać, że nauka nie jest zbiorem tajemniczych prawd, od zawsze znanych i gotowych. Przeciwnie: jest wiecznym życiem ciekawego pięciolatka o szeroko otwartych oczkach, który niezmordowanie od tysięcy lat pyta: A glacego???

Jeden z moich uczniów poprosił, żebym mu objaśnił logarytmy. Młodszoklasiści mogą nie wiedzieć, więc najpierw krótko i prosto powiedzmy, co to takiego.

Zacznijmy od rzeczy znajomej: od dzielenia. Dzielenie pozwala odgadnąć, ile takich samych liczb dodano razem. Na przykład $12:3 = 4$ znaczy, że w liczbie 12 są cztery razem dodane trójki: $3+3+3+3=12$.

Logarytm robi coś podobnego, tylko nie z dodawaniem, a z mnożeniem: $\log_2(16)=4$ znaczy, że 16 to cztery pomnożone dwójki: $2*2*2*2=16$. Nie wiecie, jak to przeczytać? Otóż $\log_2(16)$ czytamy „logarytm o podstawie 2 z 16”. Podobnie $\log_{10}(1000)=3$, bo $10*10*10=1000$

Objąśnięm to wszystko uczniowi, zrobiliśmy parę zadań, ale w pewnym momencie zapytałem: - ale czy ty właściwie wiesz, do czego to służy? Oprócz suwaków logarytmicznych, które kiedyś służyły do liczenia, ale już dawno ustąpiły miejsca kalkulatorom?

- Noo... w sumie... to chyba tak, żeby matematycznie...

Otóż nie. Po trzykroć nie, i te trzy „krocie” zaraz Wam wyłuszcę. Będzie „kroć” prehistoryczna, „kroć” medyczna i „kroć” kosmiczna.

Pierwsza „kroć”: wykopaliska.

Pomyślmy, że znajdujemy kość jakiegoś dawnozwierza. Powiedzmy mamuta.

Każde żywe (a także obumarłe) ciało zawiera węgiel. Pewna część tego węgla to węgiel radioaktywny ^{14}C , który się z czasem rozpada. Jest go powoli coraz mniej.

Jeśli zmierzmy, ile go zostało, logarytm tej liczby pozwoli nam stwierdzić, jak dawno nasz mamut żył. W ten sposób datujemy nie tylko dawne zwierzęta i rośliny, ale również rzeczy zrobione z roślinnych czy zwierzęcych materiałów: drewniane łodzie Wikingów, wełniane togi Rzymian, kościane grzebyki jaskiniowych elegantek.

To była pierwsza „kroć”. A teraz druga:

Kiedy promień Roentgena przechodzi przez ludzkie ciało, z każdym milimetrem tej drogi trochę się osłabia. Ale nie jednakowo. Najbardziej słabnie przechodząc przez zęby, trochę mniej – w kościach, jeszcze mniej w przeróżnych innych tkankach, a najmniej w płucach, bo tam jest dużo powietrza. Kiedy zmierzymy moc promienia po tym trudnym przejściu, przekonamy się, ile razy jest słabszy, niż był opuszczając lampę rentgenowską. I znowu: logarytm z tego „ile razy” zdradzi nam, jaka była suma gęstości wszystkich tkanek na jego drodze.

Kiedy takich promieni przepuścimy przez człowieka dużo, w różnych kierunkach, i dla każdego policzymy tę sumę gęstości, komputer wyliczy gęstość w poszczególnych „pikselach” ciała – i da nam bardzo wyraźny obraz tego, co człowiek ma w środku.

Nazywa się to tomografia komputerowa. Bardzo lekarzom pomaga, a wykorzystuje mnóstwo matematyki, w tym logarytmy.

To była druga „kroć”. A teraz trzecia:

Tomograf już sprawdził, że jesteśmy zdrowi. Poznaliśmy historię mamucich kłów i wikińskich łodzi. Wzywa nas przyszłość – może by tak w kosmos?

Rakieta gotowa, zatankować tylko trzeba. Ale ile? Kiedy jedziemy autem, paliwo stanowi małą część jego wagi. Spalamy tyle i tyle na 100 km, czy z pełnym bakiem, czy na resztkach, niewielka różnica. Już bagaż bardziej obciąża samochód. Łatwo policzyć, ile trzeba zatankować, żeby dojechać do celu.

Ale w rakietach, a zwłaszcza tych kosmicznych, paliwo tankowane na startcie waży dużo więcej niż pojazd, który dotrze do celu. Przyśpieszenie zależy od siły silników – i od masy pojazdu, a ta jest na startcie wielka, po czym się stopniowo staje mniejsza, bo paliwo w postaci spalin zostaje za nami. Rachunek się komplikuje. Końcową prędkość V_k określa logarytm z proporcji końcowej masy pojazdu m (po spaleniu paliwa) do startowej M :

$$V_k = V_s * \ln(M/m)$$

gdzie V_s to prędkość spalin opuszczających dysze silników. Natomiast \ln to logarytm naturalny – kto chce wiedzieć więcej, zapraszam na moje lekcje fizyki i matematyki: [fb/Uściślajac](https://www.facebook.com/Usciślajac).

A więcej moich opowieści znajdziecie na chomikuj.pl/dadapta/edukacyjne

Serdecznie pozdrawiam,
Leszek Luchowski