# Glacego kartka A4 mierzy 210*297 mm?

*Cykl „Glacego" przybliża w telegraficznym skrócie dzieje odkryć i wynalazków fizycznych, matematycznych i niekiedy chemicznych. Chcę pokazać, że nauka nie jest zbiorem gotowych prawd, od zawsze znanych i gotowych. Przeciwnie: jest wiecznym życiem ciekawego pięciolatka o szeroko otwartych oczkach, który niezmordowanie od tysięcy lat pyta: A glacego???*

Dzisiaj o czymś, co każdy miał w ręku, a nikt nie uważa za wynalazek. A jednak kryje się za tym pewien pomysł, i niemały kawałek geometrii.

Kartka A4, jaką wszyscy znamy z drukarek, kserokopiarek i bloków rysunkowych czy technicznych, ma wymiary 210*297 milimetrów. Co to za pomysł, dlaczego nie równe 200*300? Żeby chociaż w calach to były jakieś okrągłe liczby, ale nie, w przeliczeniu na cale wychodzi 8,2677*11,6929. Bez sensu. Ani to mądre, ani to śmieszne, o co tutaj chodzi?

Śmieszne to rzeczywiście nie jest, ale jak się dobrze przyjrzeć, to mądre może jednak trochę.

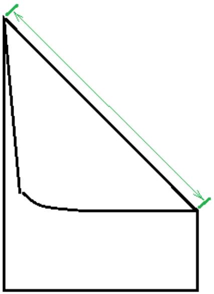
Czy zauważyliście, że formaty serii A – od ogromnego

A0 do kieszonkowych A6 czy A7 – mają ciekawą właściwość: nie zmieniają kształtu, kiedy je przepołowić. Każdy z tych arkuszy, kiedy je przeciąć w poprzek na pół, staje się dwoma oczywiście mniejszymi, ale o takim samym kształcie – to są prostokąty o tym samym stosunku boków.

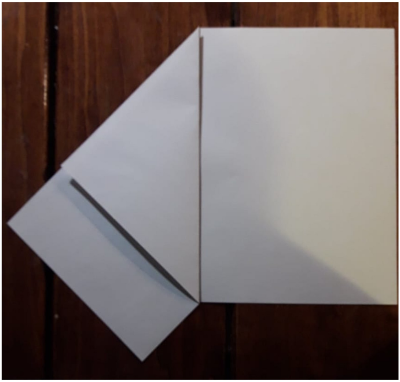
Nie każdy prostokąt tak ma. Weźmy kwadrat (kwadrat to też prostokąt): jak go przeciąć na pół, robią się z niego dwa podłużne prostokąty. Weźmy mocno wydłużony prostokąt 16*9, modny format panoramicznych ekranów – jak go przepołowić, wyjdzie 8*9, o wiele mniej podłużny, prawie kwadrat.

A z formatu A4 robi się A5, w takim samym stopniu wydłużony, jak jego... ojciec? Mama (kartka jest rodzaju żeńskiego)? Starszy brat? No w każdym razie rodzinne podobieństwo jest uderzające.

A składaliście kiedyś kartkę A4 (albo A5, z zeszytu) tak, żeby potem z niej wyciąć kwadrat? Jak na tym rysunku tu obok? Pewnie tak, kto za młodu nie robił samolocików albo papierowych kubeczków. Ale jaka jest długość tego zagięcia? Paluszki do góry, kto zauważył, że jest taka sama, jak dłuższego boku kartki?

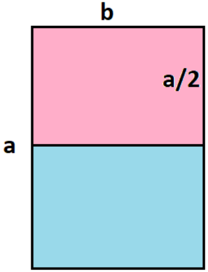


Obok zdjęcie, które to pokazuje, ale nie wierzcie mi – sprawdźcie sami. Kartki A4 macie pewnie w domu; A5 czy A6 też mogą być – mają przecież te same proporcje boków.



Czy ta osobliwa zgodność dwóch długości: dłuższego boku kartki i jej zagięcia – mają coś wspólnego z tym, co wyżej pisałem o „rodzinnym podobieństwie” kształtu kartki i jej połówki? Na następnej stronie podam odpowiedź, ale nie śpieszcie się jej czytać, spróbujcie sami. Troszeczkę Wam tylko podpowiem: wspomnijcie Pitagorasa.

No dobra. Teraz będzie matma. Jaki warunek musi być spełniony, żeby połowa kartki miała taki sam stosunek dłuższego boku do krótszego, jak cała kartka?




Dłuższy bok dużej kartki oznaczmy literą **a**, a krótszy **b**. Teraz mała ma boki **b** (dłuższy) i **a**/2 (krótszy).
Żeby proporcje boków obu kartek były jednakowe, musi być spełniona równość: $\frac{b}{a}=\frac{a/2}{b}$ ,czyli $\frac{2b}{a}=\frac{a}{b}$

Pomnóżmy obie strony przez a/b. Można? Można. Można się zapytać po co, ale można, i pięknie się nam po lewej stronie poskraca: $\frac{2\cancel{b}}{\cancel{a}}*\frac{\cancel{a}}{\cancel{b}}=\frac{a}{b}*\frac{a}{b}$

Teraz mamy: $\frac{a^2}{b^2}=2$ , a jeśli z obu stron wyciągnąć pierwiastek, to otrzymamy: $\frac{a}{b}=\sqrt{2}$ , czyli $a=b\sqrt{2}$ . To jest właśnie sekret rodzinnego podobieństwa formatów szeregu A: 297:210≈1,41.

A ta długość zagięcia to przekątna kwadratu o boku **b**, czyli, jak wynika z twierdzenia Pitagorasa, też $b\sqrt{2}$ . Paluszek do góry, kto na to wpadł?

Więcej ciekawostek przeczytacie wkrótce na stronie fb „Uściślając”.